

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: ЧУМАЧЕНКО ТАТЬЯНА АЛЕКСАНДРОВНА  
Должность: РЕКТОР  
Дата подписания: 24.06.2022 11:44:53  
Уникальный программный ключ:  
9c9f7aaffa4840d284abe156657b8f85432bdb16



**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ЮУГПУ»)**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В	<b>Основания геометрии</b>

Код направления подготовки	44.03.05
Направление подготовки	Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Физика. Математика
Уровень образования	бакалавр
Форма обучения	очная

Разработчики:

Должность	Учёная степень, звание	Подпись	ФИО
Старший преподаватель			Шарафутдинова Анна Михайловна

Рабочая программа рассмотрена и одобрена (обновлена) на заседании кафедры (структурного подразделения)

Кафедра	Заведующий кафедрой	Номер протокола	Дата протокола	Подпись
Кафедра математики и методики обучения математике	Шумакова Екатерина Олеговна	10	13.06.2019	
Кафедра математики и методики обучения математике	Шумакова Екатерина Олеговна	1	10.09.2020	

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка .....	3
2. Трудоемкость дисциплины (модуля) и видов занятий по дисциплине (модулю) .....	5
3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий .....	6
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	9
5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) .....	10
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	15
7. Перечень образовательных технологий .....	17
8. Описание материально-технической базы .....	18

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Дисциплина «Основания геометрии» относится к модулю части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины/модули» основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (уровень образования бакалавр). Дисциплина является дисциплиной по выбору.

1.2 Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 час.

1.3 Изучение дисциплины «Основания геометрии» основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися следующих дисциплин: «Алгебра», «Геометрия», «Математическая логика», «История математики».

1.4 Дисциплина «Основания геометрии» формирует знания, умения и компетенции, необходимые для освоения следующих дисциплин: «подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена».

1.5 Цель изучения дисциплины:

формирование систематизированных знаний по дисциплине, которая дает научно-теоретическое обоснование выбора основных понятий и аксиом школьного курса геометрии и его логического построения.

1.6 Задачи дисциплины:

1) знакомство с основами аксиоматического метода построения классической геометрии Евклида и планиметрии Лобачевского;

2) овладение методом построения моделей (интерпретаций) для доказательства непротиворечивости аксиоматик геометрии Евклида и Лобачевского;

3) формирование умения реализовывать основные методы математических рассуждений при выводе следствий из систем аксиом школьного курса геометрии.

1.7 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

№ п/п	Код и наименование компетенции по ФГОС
Код и наименование индикатора достижения компетенции	
1	ПК-1 способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по преподаваемому предмету в профессиональной деятельности
	ПК.1.1 Знает содержание, особенности и современное состояние, понятия и категории, тенденции развития соответствующей профилю научной (предметной) области; закономерности, определяющие место соответствующей науки в общей картине мира; принципы проектирования и реализации общего и (или) дополнительного образования по предмету в соответствии с профилем обучения
	ПК.1.2 Умеет применять базовые научно-теоретические знания по предмету и методы исследования в предметной области; осуществляет отбор содержания, методов и технологий обучения предмету (предметной области) в различных формах организации образовательного процесса
	ПК.1.3 Владеет практическими навыками в предметной области, методами базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач

№ п/п	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Образовательные результаты по дисциплине
1	ПК.1.1 Знает содержание, особенности и современное состояние, понятия и категории, тенденции развития соответствующей профилю научной (предметной) области; закономерности, определяющие место соответствующей науки в общей картине мира; принципы проектирования и реализации общего и (или) дополнительного образования по предмету в соответствии с профилем обучения	3.1 взаимосвязи между понятиями и фактами различных математических дисциплин 3.2 содержание образовательных программ по геометрии 3.3 терминологический минимум дисциплины «основания геометрии» 3.4 систему основных математических структур, используемых в геометрии и аксиоматический метод построения классической евклидовой геометрии и неевклидовой геометрии Лобачевского

2	<p>ПК.1.2 Умеет применять базовые научно-теоретические знания по предмету и методы исследования в предметной области; осуществляет отбор содержания, методов и технологий обучения предмету (предметной области) в различных формах организации образовательного процесса</p>	<p>У.1 воспроизводить содержание геометрического материала в соответствии с требованиями образовательных стандартов          У.2 анализировать и интерпретировать информацию в соответствии с учебной задачей          У.3 реализовывать основные методы математических рассуждений при выводе логических следствий из систем аксиом Гильберта, Вейля и школьного курса геометрии, а также при доказательстве систем аксиом Вейля и Лобачевского</p>
3	<p>ПК.1.3 Владеет практическими навыками в предметной области, методами базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач</p>	<p>В.1 методами исследования, позволяющими решать задачи связанные с обоснованием евклидовой геометрии и геометрии Лобачевского с помощью методов и теорем других математических дисциплин          В.2 способами передачи содержания программ по геометрии в соответствии с требованиями образовательных стандартов          В.3 методом построения моделей для доказательства непротиворечивости, независимости и полноты систем аксиом Вейля и Лобачевского</p>

**2. ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) И ВИДОВ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Наименование раздела дисциплины (темы)	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Итого часов
	Л	ПЗ	СРС	
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>40</b>	<b>72</b>
<b>Первый период контроля</b>				
<i>Краткий исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики</i>	4	4	12	20
Исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики	4	2	12	18
Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля евклидовой плоскости		2		2
<i>Современное аксиоматическое построение евклидовой геометрии</i>	8	8	16	32
Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю	2	2	4	8
Аксиоматика Атанасяна школьного курса планиметрии и следствия из нее	4			4
Измерение площадей простых многоугольников в геометрии Евклида	2			2
Эквивалентность систем аксиом Вейля и Атанасяна евклидовой геометрии		2	4	6
Различные варианты обоснования школьного курса геометрии		2	5	7
Доказательство непротиворечивости аксиоматики евклидовой плоскости		2	3	5
<i>Геометрия Лобачевского</i>	4	4	12	20
Система аксиом плоскости Лобачевского	2			2
Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского	2	2	6	10
Доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского и независимости пятого постулата Евклида		2	6	8
Итого по видам учебной работы	16	16	40	72
<b>Форма промежуточной аттестации</b>				
Дифференцированный зачет				
<b>Итого за Первый период контроля</b>				<b>72</b>

**3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ  
(РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА  
АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ**

**3.1 Лекции**

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема и содержание	Трудоемкость (кол-во часов)
<b>1. Краткий исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики</b> <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), 3.3 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3), В.3 (ПК.1.3)	4
1.1. Исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики 1. Современный взгляд на аксиоматический метод построения теории. Понятие о математической структуре и ее модели. 2. Основные требования к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота и способы проверки их выполнимости. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 6	4
<b>2. Современное аксиоматическое построение евклидовой геометрии</b> <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), 3.3 (ПК.1.1), 3.4 (ПК.1.1), У.1 (ПК.1.2), У.3 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3), В.2 (ПК.1.3)	8
2.1. Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю 1. Примеры доказательства теорем евклидовой геометрии в аксиоматике Вейля. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 5, 6, 8	2
2.2. Аксиоматика Атанасяна школьного курса планиметрии и следствия из нее 1. Аксиомы принадлежности и порядка, следствия из них. 2. Аксиомы наложения. Равенство фигур. 3. Понятие длины отрезка. Аксиомы существования длины отрезка и отрезка данной длины. 4. Аксиома параллельности Евклида. Понятие абсолютной и собственно евклидовой геометрии. Учебно-методическая литература: 2, 3	4
2.3. Измерение площадей простых многоугольников в геометрии Евклида 1. Понятие площади многоугольника. 2. Площадь прямоугольника и треугольника. 3. Теорема существования и единственности площади многоугольника. 4. Равновеликость и равносоставленность многоугольников. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3	2
<b>3. Геометрия Лобачевского</b> <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.3 (ПК.1.1), У.3 (ПК.1.2), В.3 (ПК.1.3)	4
3.1. Система аксиом плоскости Лобачевского 1. Аксиома параллельности Лобачевского, непосредственные следствия из нее. 2. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 6, 7, 8	2
3.2. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского 1. Понятие параллельных прямых. Признак параллельности. 2. Теорема о существовании параллельных прямых. 3. Угол параллельности и его свойства. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 6, 7, 8	2

**3.2 Практические**

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема и содержание	Трудоемкость (кол-во часов)
<b>1. Краткий исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики</b> <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), 3.3 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3), В.3 (ПК.1.3)	4

1.1. Исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики 1. Суть аксиоматического метода построения теории. 2. Определение математической структуры (аксиоматики), ее модели-интерпретации. 3. Характеристика требований, предъявляемых к системе аксиом, способы проверки этих требований. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4, 5, 6	2
1.2. Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля евклидовой плоскости 1. Система аксиом Вейля евклидовой плоскости. 2. Построение арифметической модели системы аксиом Вейля евклидовой плоскости. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8	2
<b>2. Современное аксиоматическое построение евклидовой геометрии</b>	
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b>	
ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), 3.3 (ПК.1.1), 3.4 (ПК.1.1), У.1 (ПК.1.2), У.3 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3), В.2 (ПК.1.3)	
2.1. Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю 1. Определение основных геометрических понятий в схеме Вейля, связанных с I-V группами аксиом Атанасяна. 2. Решение задач на доказательство некоторых геометрических утверждений в схеме Вейля. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4, 6	2
2.2. Эквивалентность систем аксиом Вейля и Атанасяна евклидовой геометрии 1. Понятие эквивалентности аксиом и систем аксиом, способ доказательства эквивалентности. 2. Определение в геометрических терминах основных понятий аксиоматики Вейля (вектор, операции над векторами, их свойства). 3. Решение задач по теме. Учебно-методическая литература: 3	2
2.3. Различные варианты обоснования школьного курса геометрии Рассмотрение докладов студентов по каждому из обсуждаемых вариантов обоснования школьного курса геометрии.  Учебно-методическая литература: 2	2
2.4. Доказательство непротиворечивости аксиоматики евклидовой плоскости 1. Повторение сведений из аналитической геометрии. 2. Построение арифметической модели системы аксиом Атанасяна евклидовой плоскости. Учебно-методическая литература: 1, 3, 6	2
<b>3. Геометрия Лобачевского</b>	
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b>	
ПК-1: 3.3 (ПК.1.1), У.3 (ПК.1.2), В.3 (ПК.1.3)	
3.1. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского 1. Основные свойства параллельных прямых. 2. Расходящиеся прямые и их свойства. Учебно-методическая литература: 1, 2, 6, 7, 8	2
3.2. Доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского и независимости пятого постулата Евклида 1. Построение модели Клейна аксиоматики плоскости Лобачевского. 2. Доказательство независимости V постулата Евклида от аксиом абсолютной геометрии. Учебно-методическая литература: 1, 3, 6, 7	2

### 3.3 СРС

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема для самостоятельного изучения	Трудоемкость (кол-во часов)
<b>1. Краткий исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики</b>	<b>12</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b>	
ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), 3.3 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3), В.3 (ПК.1.3)	

1.1. Исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Изучить следующие вопросы. 1. Исторический обзор обоснования геометрии. 2. Проблема пятого постулата Евклида и его решение. 3. «Начала» Евклида, их историческое значение. Критика «Начал». 4. Открытие неевклидовой геометрии Н.И. Лобачевского. 5. От Лобачевского до Гильберта.  Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4, 6, 8 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	12
<b>2. Современное аксиоматическое построение евклидовой геометрии</b>	<b>16</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), 3.3 (ПК.1.1), 3.4 (ПК.1.1), У.1 (ПК.1.2), У.3 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3), В.2 (ПК.1.3)	
2.1. Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Изучить следующие вопросы. 1. Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю. 2. Доказательство некоторых теорем и решение задач с помощью векторов. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4, 6 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	4
2.2. Эквивалентность систем аксиом Вейля и Атанасяна евклидовой геометрии <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> 1. Понятие эквивалентных систем аксиом. 2. Способ доказательства эквивалентности двух систем аксиом. 3. Доказательство эквивалентности систем аксиом Атанасяна и Вейля евклидовой геометрии. Учебно-методическая литература: 3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	4
2.3. Различные варианты обоснования школьного курса геометрии <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Составить краткую характеристику различных вариантов обоснования школьного курса планиметрии.  Учебно-методическая литература: 2 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	5
2.4. Доказательство непротиворечивости аксиоматики евклидовой плоскости <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Изучить следующие вопросы. 1. Понятие арифметической модели аксиоматики евклидовой плоскости. 2. Проверка выполнимости некоторых аксиом в терминах модели.  Учебно-методическая литература: 1, 2, 6, 8 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	3
<b>3. Геометрия Лобачевского</b>	<b>12</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.3 (ПК.1.1), У.3 (ПК.1.2), В.3 (ПК.1.3)	
3.1. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Изучить следующие вопросы. 1. Пучки прямых и простейшие кривые плоскости Лобачевского. 2. Доказательство свойств параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Учебно-методическая литература: 1, 2, 6, 7 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	6
3.2. Доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского и независимости пятого постулата Евклида <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Изучить следующие вопросы. 1. Модель Пуанкаре системы аксиом плоскости Лобачевского. 2. Понятие о сферической и эллиптической геометриях. Учебно-методическая литература: 1, 3, 6, 7, 8 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	6

## **4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1. Учебно-методическая литература**

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Ссылка на источник в ЭБС
<b>Основная литература</b>		
1	Атанасян, С. Л. Основания геометрии : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических вузов / С. Л. Атанасян, В.Г. Покровский. — Москва : Московский городской педагогический университет, 2010. — 248 с.	<a href="http://www.iprbookshop.ru/26543.html">http://www.iprbookshop.ru/26543.html</a>
2	Атанасян, Л.С. Геометрия. Часть II: Учебное пособие/Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. — М.: КНОРУС, 2011. — 424 с.	
3	Баранова, В.А. Материалы к лекциям и практическим занятиям по основаниям геометрии: учеб.пособие для студентов пед. ун-та / В.А. Баранова. —Челябинск: ЧГПУ, 2013. — 157 с	<a href="http://elib.cspu.ru/xmlui/handle/123456789/560">http://elib.cspu.ru/xmlui/handle/123456789/560</a>
<b>Дополнительная литература</b>		
4	Атанасян Л.С. Основания геометрии: метод. пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов. — М.: Учпедгиз, 1960. — 128 с.	
5	Васильков, В.И. Основания геометрии: метод. рекомендации и материалы для проведения практических занятий со студентами по специальности 032100.00"Математика"/ В.И.Васильков, В.А. Баранова, В.А. Бормотова.. — Челябинск: ЧГПУ, 2005. — 29 с.	
6	Попов, Ю. И. Основания геометрии : лекции / Ю. И. Попов. — Калининград : Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, 2011. — 137 с.	<a href="http://www.iprbookshop.ru/23896.html">http://www.iprbookshop.ru/23896.html</a>
7	Прасолов В.В. Геометрия Лобачевского. — М.: МЦНМО, 2004. — 88с.	
8	Трайнин Я.Л. Основания геометрии. — М.: 1961. — 326 с..	

### **4.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

№ п/п	Наименование базы данных	Ссылка на ресурс
1	База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU	<a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a>

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 5.1. Описание показателей и критерии оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС					
Код образовательного результата дисциплины	Текущий контроль				Промежуточная аттестация
	Доклад/сообщение	Коллоквиум	Контрольная работа по разделу/теме	Реферат	
<b>ПК-1</b>					
3.1 (ПК.1.1)		+			+
3.2 (ПК.1.1)		+			+
3.3 (ПК.1.1)		+			+
3.4 (ПК.1.1)		+			+
У.1 (ПК.1.2)	+				+
У.2 (ПК.1.2)				+	+
У.3 (ПК.1.2)	+		+		+
В.1 (ПК.1.3)	+		+		+
В.2 (ПК.1.3)	+				+
В.3 (ПК.1.3)			+		+

### 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

#### 5.2.1. Текущий контроль.

Типовые задания к разделу "Краткий исторический обзор обоснования геометрии. Общие вопросы аксиоматики":

##### 1. Коллоквиум

1. Современный взгляд на аксиоматический метод и его становление.
2. Понятие о математической структуре. Примеры математических структур.
3. Понятие модели (интерпретации) системы аксиом.
4. Изоморфизм моделей. Пример построения модели.
5. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Характеристика каждого из них. Примеры.
6. Проверка требований, предъявляемых к системе аксиом (способы доказательства непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом).
7. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства (основные понятия и аксиомы).
8. Некоторые следствия из аксиом Вейля.
9. Доказательство непротиворечивости системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства(уметь проверять истинность каждой аксиомы Вейля в арифметической модели).
10. Доказательство полноты систем аксиом Вейля.

Количество баллов: 10

##### 2. Контрольная работа по разделу/теме

1. Докажите непротиворечивость системы аксиом группы.
2. Докажите неполноту системы аксиом группы.
3. Докажите, что множество квадратных матриц второго порядка есть модель аксиоматики группы.
4. Докажите непротиворечивость системы аксиом абелевой группы.
5. Докажите независимость аксиомы А5 ( $x\Delta y = y\Delta x$ ) от остальных аксиом абелевой группы.

Количество баллов: 10

### **3. Реферат**

1. Догреческий период развития геометрии. (Древний Египет, Вавилон, Индия, Китай до VII в. до н.э.)
2. Основные периоды развития греческой геометрии до Евклида и их достижения.
3. Пифагор – основоположник дедуктивного научного знания.
4. Платон и его главная заслуга в развитии математики.
5. Аристотель и его заслуги в развитии математики.
6. Евклид и его знаменитые «Начала».
7. Архимед – великий ученый древности.
8. Обзор предложений, эквивалентных пятому постулату.
9. Исследования Саккери и Ламберта по теории параллельных линий.
10. Лежандр и его исследование вопроса о сумме углов треугольника.
11. Проблема V постулата Евклида и его решение.
12. Жизнь и научная деятельность Яноша Бояи.
13. Карл Гаусс и его исследования по неевклидовой геометрии.
14. Н.И.Лобачевский – ученый и педагог.
15. Н.И.Лобачевский – основоположник неевклидовой геометрии.
16. Математическое и философское значение исследований Н.И.Лобачевского.
17. Ф.Клейн и его групповой подход.
18. М.Паш, М.Пиери, Дж.Пеано – предшественники Гильберта.
19. Б.Риман и его геометрические идеи.
20. Д.Гильберт и его «Основания геометрии» (общая характеристика аксиоматики)

Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Современное аксиоматическое построение евклидовой геометрии":

#### **1. Доклад/сообщение**

Темы докладов:

1. Основные объекты и основные отношения аксиоматики Колмогорова.
2. Перечень аксиом Колмогорова.
3. Основные объекты и основные отношения аксиоматики Погорелова.
4. Перечень аксиом Погорелова.
5. Основные объекты и основные отношения аксиоматики Атанасяна.
6. Перечень аксиом Атанасяна.
7. Основные объекты и основные отношения аксиоматики Александрова.
8. Перечень аксиом Александрова.
9. Основные объекты и основные отношения аксиоматики Смирновых.
10. Перечень аксиом Смирновых.

Количество баллов: 10

## **2. Коллоквиум**

Вопросы к коллоквиуму.

1. Структура плоскости Е2 по Атанасяну. Аксиомы I группы и следствия из них.
2. Аксиомы II группы системы аксиом Атанасяна, следствия из них. Доказать теорему Паша.
3. Понятие луча и отрезка в схеме Атанасяна. Доказать теорему о существовании точки на отрезке.
4. Понятие угла в схеме Атанасяна. Внутренний луч угла, теорема о внутреннем луче угла.
5. Понятие наложения и равенства фигур в схеме Атанасяна. Аксиомы наложения. Свойства наложений.
6. Понятие треугольника, равенство треугольников, доказательство признаков равенства треугольников.
7. Перпендикулярность прямых на плоскости. Теорема о существовании и единственности перпендикуляра.
8. Теоремы о существовании непересекающихся прямых в абсолютной геометрии.
9. Теорема о внешнем угле треугольника в абсолютной геометрии и в собственно евклидовой геометрии.
10. Понятие длины отрезка. Аксиома существования длины отрезка. Свойства длин отрезков.
11. Доказательство предложения Архимеда.
12. Длина отрезка. Доказательство единственности длины.
13. Аксиома существования отрезка данной длины. Теорема Дедекинда для отрезков и углов.
14. Аксиома параллельных Евклида, следствия из нее. Понятие об абсолютной и собственно евклидовой геометрии. Теорема о сумме внутренних углов треугольника, о внешнем угле, о равенстве накрест лежащих углов при пересечении двух данных параллельных прямых третьей прямой.
15. Понятие о площади многоугольника. Теоремы о площади прямоугольника.
16. Теоремы о площади треугольника, параллелограмма, трапеции.
17. Площадь многоугольника. Теорема о существовании и единственности площади.
18. Система аксиом Вейля плоскости Е2. Определение прямой, принадлежности точки прямой. Доказательство предложений А11, А12, АВЕ.
19. Система аксиом Вейля на плоскости Е2. Определение понятия «лежать между». Доказательство предложений АП1-АП4.
20. Определение понятия «наложение» в схеме Вейля. Доказательство предложений АП1-АП7.
21. Понятие отрезка и длины отрезка в схеме Вейля. Доказательство предложений АIV1-AIV2.
22. Доказательство эквивалентности систем Вейля и Атанасяна плоскости Е2.

Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Геометрия Лобачевского":

### **1. Коллоквиум**

1. Система аксиом плоскости Лобачевского. Доказательство ее непротиворечивости.
2. Модель Клейна аксиоматики плоскости Лобачевского, проверка истинности аксиом принадлежности и порядка.
3. Введение понятия л-длины в модели Клейна, проверка аксиом АIV1-AIV2.
4. Доказательство независимости аксиомы VE от остальных аксиом Атанасяна.
5. Аксиома параллельности Лобачевского и следствия из нее.
6. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского, теорема существования.
7. Угол параллельности и его свойства.
8. Сумма углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского.
9. Некоторые теоремы о треугольниках и четырехугольниках на плоскости Лобачевского.
10. Четырехугольник Саккери и его свойства.
11. Основные свойства параллельных Лобачевского.
12. Расходящиеся прямые. Теоремы о существовании расходящихся прямых на плоскости Лобачевского.
13. Расходящиеся прямые. Свойства расходящихся прямых.

Количество баллов: 10

### **2. Контрольная работа по разделу/теме**

1. Доказать утверждение, касающееся углов треугольника на плоскости Лобачевского.
2. Доказать четвертый признак равенства треугольников на плоскости Лобачевского.
3. Доказать, что на плоскости Лобачевского существует треугольник, вокруг которого нельзя описать окружность.
4. Доказать, что на плоскости Лобачевского углы, прилегающие к верхнему основанию четырехугольника Саккери острые и равны между собой.

Количество баллов: 10

### **5.2.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ».

**Первый период контроля**

#### **1. Дифференцированный зачет**

Вопросы к зачету:

1. Геометрия в Древней Греции до Евклида.
2. «Начала» Евклида. Краткая характеристика и значение.
3. Проблема V постулата Евклида и ее решение
4. Доказательство эквивалентности V постулата и аксиомы параллельных Евклида (и теоремы о равенстве 2d суммы углов треугольника).
5. Доказательство теоремы о сумме углов треугольника в абсолютной геометрии.
6. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Результаты Бельтрами и Клейна.
7. Обзор аксиоматики Гильберта.
8. Современный взгляд на аксиоматический метод и его становление.
9. Понятие о математической структуре. Примеры математических структур.
10. Понятие модели (интерпретации) системы аксиом. Изоморфизм моделей. Пример построения модели.
11. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Характеристика каждого из них. Примеры.
12. Проверка требований, предъявляемых к системе аксиом (способы доказательства непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом).
13. Система аксиом Вейля евклидова пространства E3 (основные понятие и аксиомы).
14. Доказательство непротиворечивости системы аксиом Вейля пространства E3 (уметь проверять истинность каждой аксиомы Вейля в арифметической модели).
15. Доказательство полноты систем аксиом Вейля.
16. Структура плоскости E2 по Атанасяну. Аксиомы I группы и следствия из них.
17. Аксиомы II группы системы аксиом Атанасяна, следствия из них. Доказать теорему Паша.
18. Понятие луча и отрезка в схеме Атанасяна. Доказать теорему о существовании точки на отрезке.
19. Понятие угла в схеме Атанасяна. Внутренний луч угла, теорема о внутреннем луче угла.
20. Понятие наложения и равенства фигур в схеме Атанасяна. Аксиомы наложения. Свойства наложений.
21. Понятие треугольника, равенство треугольников, доказательство I и II признаков равенства треугольников.
22. Перпендикулярность прямых на плоскости. Теорема о существовании и единственности перпендикуляра.
23. Теоремы о существовании непересекающихся прямых в абсолютной геометрии.
24. Теорема о внешнем угле треугольника в абсолютной геометрии и в собственно евклидовой геометрии.
25. Понятие длины отрезка. Аксиома существования длины отрезка. Свойства длин отрезков.
26. Доказательство предложения Архимеда.
27. Длина отрезка. Доказательство единственности длины.
28. Аксиома существования отрезка данной длины. Теорема Дедекинда для отрезков и углов.
29. Аксиома параллельных Евклида, следствия из нее. Понятие об абсолютной и собственно евклидовой геометрии. Теорема о сумме внутренних углов треугольника, о внешнем угле, о равенстве накрест лежащих углов при пересечении двух данных параллельных прямых третьей прямой.
30. Понятие о площади многоугольника. Теоремы о площади прямоугольника.
31. Теоремы о площади треугольника, параллелограмма, трапеции.
32. Площадь многоугольника. Теорема о существовании и единственности площади.
33. Система аксиом Вейля плоскости E2. Определение прямой, принадлежности точки прямой. Доказательство предложений AII1, AII2, AVE.
34. Система аксиом Вейля на плоскости E2. Определение понятия «лежать между». Доказательство предложений AII1 - AII4.
35. Определение понятия «наложение» в схеме Вейля. Доказательство предложений AIII1- AIII7.
36. Понятие отрезка и длины отрезка в схеме Вейля. Доказательство предложений AIV1 - AIV2.
37. Доказательство эквивалентности систем Вейля и Атанасяна плоскости E2.
38. Система аксиом плоскости Лобачевского. Доказательство ее непротиворечивости.
39. Модель Клейна аксиоматики плоскости Лобачевского, проверка истинности аксиом принадлежности и порядка.
40. Введение понятия л-длины в модели Клейна, проверка аксиом AIV1 - AIV2.
41. Доказательство независимости аксиомы VE от остальных аксиом Атанасяна.
42. Аксиома параллельности Лобачевского и следствия из нее.
43. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского, теорема существования.
44. Угол параллельности и его свойства. Функция Лобачевского.
45. Сумма углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского.
46. Некоторые теоремы о треугольниках и четырехугольниках на плоскости Лобачевского.
47. Четырехугольник Сакери и его свойства.
48. Основные свойства параллельных Лобачевского.
49. Расходящиеся прямые. Теоремы о существовании расходящихся прямых на плоскости Лобачевского.
50. Расходящиеся прямые. Свойства расходящихся прямых.

Типовые практические задания:

- Сформулируйте: аксиомы порядка аксиоматики Анатасяна евклидовой плоскости, определение луча и полуплоскости. Докажите положение Паша.
- Докажите непротиворечивость системы аксиом абелевой группы. Какой вывод можно сделать отсюда относительно полноты систем аксиом группы?
- Методом «от противного» докажите, что на плоскости Лобачевского 3 точки, равноудаленные от данной прямой, не лежат на одной прямой.
- На плоскости L2 дан четырехугольник Саккери ABCD ( $\angle A = \angle D$ ,  $AB = CD$ ). Выясните взаимное расположение прямых: а) AB и CD; б) BC и AD (Сравните с евклидовой плоскостью).
- Докажите теорему о средней линии треугольника в аксиоматике Вейля.

**5.3. Примерные критерии оценивания ответа студентов на экзамене (зачете):**

<b>Отметка</b>	<b>Критерии оценивания</b>
"Отлично"	<ul style="list-style-type: none"> <li>-дается комплексная оценка предложенной ситуации</li> <li>-демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять</li> <li>-последовательное, правильное выполнение всех заданий</li> <li>-умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы</li> </ul>
"Хорошо"	<ul style="list-style-type: none"> <li>-дается комплексная оценка предложенной ситуации</li> <li>-демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять</li> <li>-последовательное, правильное выполнение всех заданий</li> <li>-возможны единичные ошибки, исправляемые самим студентом после замечания преподавателя</li> <li>-умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы</li> </ul>
"Удовлетворительно" ("зачтено")	<ul style="list-style-type: none"> <li>-затруднения с комплексной оценкой предложенной ситуации</li> <li>-неполное теоретическое обоснование, требующее наводящих вопросов преподавателя</li> <li>-выполнение заданий при подсказке преподавателя</li> <li>-затруднения в формулировке выводов</li> </ul>
"Неудовлетворительно" ("не зачтено")	<ul style="list-style-type: none"> <li>-неправильная оценка предложенной ситуации</li> <li>-отсутствие теоретического обоснования выполнения заданий</li> </ul>

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1. Лекции**

Лекция - одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой устное, монологическое, систематическое, последовательное изложение преподавателем учебного материала с демонстрацией слайдов и фильмов. Работа обучающихся на лекции включает в себя: составление или слежение за планом чтения лекции, написание конспекта лекции, дополнение конспекта рекомендованной литературой.

Требования к конспекту лекций: краткость, схематичность, последовательная фиксация основных положений, выводов, формулировок, обобщений. В конспекте нужно помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Последующая работа над материалом лекции предусматривает проверку терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. В конспекте нужно обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

### **2. Практические**

Практические (семинарские занятия) представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы.

Основной формой проведения практических занятий и семинаров является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также решение задач и разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях.

При подготовке к практическому занятию необходимо, ознакомиться с его планом; изучить соответствующие конспекты лекций, главы учебников и методических пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (справочниками, энциклопедиями, словарями). К наиболее важным и сложным вопросам темы рекомендуется составлять конспекты ответов. Следует готовить все вопросы соответствующего занятия: необходимо уметь давать определения основным понятиям, знать основные положения теории, правила и формулы, предложенные для запоминания к каждой теме.

В ходе практического занятия надо давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов, доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

### **3. Дифференцированный зачет**

Цель дифференцированного зачета – проверка и оценка уровня полученных студентом специальных знаний по учебной дисциплине и соответствующих им умений и навыков, а также умения логически мыслить, аргументировать избранную научную позицию, реагировать на дополнительные вопросы, ориентироваться в массиве информации.

Подготовка к зачету начинается с первого занятия по дисциплине, на котором обучающиеся получают предварительный перечень вопросов к зачету и список рекомендуемой литературы, их ставят в известность относительно критерии выставления зачета и специфике текущей и итоговой аттестации. С самого начала желательно планомерно осваивать материал, руководствуясь перечнем вопросов к зачету и списком рекомендуемой литературы, а также путем самостоятельного конспектирования материалов занятий и результатов самостоятельного изучения учебных вопросов.

Результат дифференцированного зачета выражается оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».

### **4. Коллоквиум**

Коллоквиум - вид учебно-теоретических занятий, представляющий собой групповое обсуждение под руководством преподавателя достаточно широкого круга проблем, например, относительно самостоятельного большого раздела лекционного курса.

Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке: преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников; студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они высажут на занятии.

### **5. Реферат**

Реферат – теоретическое исследование определенной проблемы, включающее обзор соответствующих литературных и других источников.

Реферат обычно включает следующие части:

1. библиографическое описание первичного документа;
2. собственно реферативная часть (текст реферата);
3. справочный аппарат, т.е. дополнительные сведения и примечания (сведения, дополнительно характеризующие первичный документ: число иллюстраций и таблиц, имеющихся в документе, количество источников в списке использованной литературы).

Этапы написания реферата

1. выбрать тему, если она не определена преподавателем;
2. определить источники, с которыми придется работать;
3. изучить, систематизировать и обработать выбранный материал из источников;
4. составить план;
5. написать реферат:
  - обосновать актуальность выбранной темы;
  - указать исходные данные рефирируемого текста (название, где опубликован, в каком году), сведения об авторе (Ф. И. О., специальность, ученая степень, ученое звание);
  - сформулировать проблематику выбранной темы;
  - привести основные тезисы рефирируемого текста и их аргументацию;
  - сделать общий вывод по проблеме, заявленной в реферате.

При оформлении реферата следует придерживаться рекомендаций, представленных в документе «Регламент оформления письменных работ».

### **6. Контрольная работа по разделу/теме**

Контрольная работа выполняется с целью проверки знаний и умений, полученных студентом в ходе лекционных и практических занятий и самостоятельного изучения дисциплины. Написание контрольной работы призвано установить степень усвоения студентами учебного материала раздела/темы и формирования соответствующих компетенций.

Подготовку к контрольной работе следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данному разделу/теме и конспектов лекций.

Контрольная работа выполняется студентом в срок, установленный преподавателем в письменном (печатном или рукописном) виде.

При оформлении контрольной работы следует придерживаться рекомендаций, представленных в документе «Регламент оформления письменных работ».

### **7. Доклад/сообщение**

Доклад – развернутое устное (возможен письменный вариант) сообщение по определенной теме, сделанное публично, в котором обобщается информация из одного или нескольких источников, представляется и обосновывается отношение к описываемой теме.

Основные этапы подготовки доклада:

1. четко сформулировать тему;
2. изучить и подобрать литературу, рекомендуемую по теме, выделив три источника библиографической информации:
  - первичные (статьи, диссертации, монографии и т. д.);
  - вторичные (библиография, реферативные журналы, сигнальная информация, планы, граф-схемы, предметные указатели и т. д.);
  - третичные (обзоры, компилятивные работы, справочные книги и т. д.);
3. написать план, который полностью согласуется с выбранной темой и логично раскрывает ее;
4. написать доклад, соблюдая следующие требования:
  - структура доклада должна включать краткое введение, обосновывающее актуальность проблемы; основной текст; заключение с краткими выводами по исследуемой проблеме; список использованной литературы;
  - в содержании доклада общие положения надо подкрепить и пояснить конкретными примерами; не пересказывать отдельные главы учебника или учебного пособия, а изложить собственные соображения по существу рассматриваемых вопросов, внести свои предложения;
5. оформить работу в соответствии с требованиями.

## **7. ПЕРЕЧЕНЬ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

1. Дифференцированное обучение (технология уровневой дифференциации)
2. Проблемное обучение

## **8. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ**

1. компьютерный класс – аудитория для самостоятельной работы
2. учебная аудитория для лекционных занятий
3. учебная аудитория для семинарских, практических занятий
4. Лицензионное программное обеспечение:
  - Операционная система Windows 10
  - Microsoft Office Professional Plus
  - Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition
  - Справочная правовая система Консультант плюс
  - 7-zip
  - Adobe Acrobat Reader DC