

Документ подписан простой электронной подписью
 Информация о владельце:
 ФИО: ЧУМАЧЕНКО ТАТЬЯНА АЛЕКСАНДРОВНА
 Должность: РЕКТОР
 Дата подписания: 23.06.2022 14:02:02
 Уникальный программный ключ:
 9c9f7aaffa4840d284abe156657b8f85432bdb16



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУнГГПУ»)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В	Дифференциальная геометрия и топология
Код направления подготовки	44.03.05
Направление подготовки	Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Математика. Информатика
Уровень образования	бакалавр
Форма обучения	очная

Разработчики:

Должность	Учёная степень, звание	Подпись	ФИО
Старший преподаватель			Мартынова Елена Владимировна

Рабочая программа рассмотрена и одобрена (обновлена) на заседании кафедры (структурного подразделения)

Кафедра	Заведующий кафедрой	Номер протокола	Дата протокола	Подпись
Кафедра математики и методики обучения математике	Шумакова Екатерина Олеговна	10	13.06.2019	
Кафедра математики и методики обучения математике	Шумакова Екатерина Олеговна	1	10.09.2020	

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка	3
2. Трудоемкость дисциплины (модуля) и видов занятий по дисциплине (модулю)	5
3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	6
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	10
5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	11
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	15
7. Перечень образовательных технологий	17
8. Описание материально-технической базы	18

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к модулю части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины/модули» основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (уровень образования бакалавр). Дисциплина является дисциплиной по выбору.

1.2 Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 час.

1.3 Изучение дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися следующих дисциплин: «Геометрия», «Математический анализ», «Основания геометрии».

1.4 Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» формирует знания, умения и компетенции, необходимые для освоения следующих дисциплин: «выполнение и защита выпускной квалификационной работы».

1.5 Цель изучения дисциплины:

Формирование у будущих учителей математики систематизированных знаний основ классической дифференциальной геометрии линий и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве, опирающейся на некоторые сведения общей топологии.

1.6 Задачи дисциплины:

1) Развитие и совершенствование умений решать учебные задачи курса, используя общематематический язык и язык данной предметной области.

2) Реализация основных математических рассуждений при обосновании утверждений топологии.

3) Реализация основных математических рассуждений при обосновании утверждений дифференциальной геометрии.

1.7 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

№ п/п	Код и наименование компетенции по ФГОС
Код и наименование индикатора достижения компетенции	
1	ПК-1 способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по преподаваемому предмету в профессиональной деятельности
	ПК.1.1 Знает содержание, особенности и современное состояние, понятия и категории, тенденции развития соответствующей профилю научной (предметной) области; закономерности, определяющие место соответствующей науки в общей картине мира; принципы проектирования и реализации общего и (или) дополнительного образования по предмету в соответствии с профилем обучения
	ПК.1.2 Умеет применять базовые научно-теоретические знания по предмету и методы исследования в предметной области; осуществляет отбор содержания, методов и технологий обучения предмету (предметной области) в различных формах организации образовательного процесса
	ПК.1.3 Владеет практическими навыками в предметной области, методами базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач

№ п/п	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Образовательные результаты по дисциплине
1	ПК.1.1 Знает содержание, особенности и современное состояние, понятия и категории, тенденции развития соответствующей профилю научной (предметной) области; закономерности, определяющие место соответствующей науки в общей картине мира; принципы проектирования и реализации общего и (или) дополнительного образования по предмету в соответствии с профилем обучения	3.1 Знает содержание программ по геометрии, методы доказательства теорем, роль и место геометрии в системе других математических дисциплин.

2	ПК.1.2 Умеет применять базовые научно-теоретические знания по предмету и методы исследования в предметной области; осуществляет отбор содержания, методов и технологий обучения предмету (предметной области) в различных формах организации образовательного процесса	У.1 Умеет выбрать нужный метод доказательства и соответствующий способ решения задач геометрии.
3	ПК.1.3 Владеет практическими навыками в предметной области, методами базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач	В.1 Владеет навыками решения задач, базовыми идеями и методами геометрии, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.

2. ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) И ВИДОВ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Наименование раздела дисциплины (темы)	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Итого часов
	Л	ПЗ	СРС	
Итого по дисциплине	16	16	40	72
Первый период контроля				
<i>Топология</i>	8	6	16	30
Метрическое пространство.	2		2	4
Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность.	2	2	4	8
База топологии. Непрерывные отображения и их свойства.	2	2	4	8
Топологическое многообразие.		2	4	6
Классификация двумерных замкнутых многообразий	2		2	4
<i>Дифференциальная геометрия</i>	8	10	24	42
Линии и поверхности в евклидовом пространстве	2		2	4
Первая квадратичная форма поверхности	2		4	6
Предмет внутренней геометрии поверхности	2		2	4
Сопровождающий репер Френе в точке линии.		2	2	4
Формулы Френе		2	4	6
Векторные функции двух скалярных аргументов.		2	2	4
Касательная плоскость и нормаль к поверхности.				
Вторая квадратичная форма поверхности..	2	2	4	8
Нормальная кривизна линий на поверхности. Главные кривизны, полная и средняя кривизны.		2	4	6
Итого по видам учебной работы	16	16	40	72
<i>Форма промежуточной аттестации</i>				
Дифференцированный зачет				
Итого за Первый период контроля				72

3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

3.1 Лекции

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема и содержание	Трудоемкость (кол-во часов)
1. Топология	8
Формируемые компетенции, образовательные результаты: ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), У.1 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3)	
1.1. Метрическое пространство. Метрическое пространство. Свойства открытых множеств. Учебно-методическая литература: 1, 3	2
1.2. Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность. Определение топологического пространства. Замкнутые множества. Внутренние, внешние, граничные точки множества. Отделимость, компактность, связность топологических пространств. Учебно-методическая литература: 1, 3	2
1.3. База топологии. Непрерывные отображения и их свойства. База топологии. Топология, индуцируемая метрикой. Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизм. Предмет топологии. Учебно-методическая литература: 1, 3	2
1.4. Классификация двумерных замкнутых многообразий Понятие о клеточном разбиении. Ориентируемость и неориентируемость. Эйлерова характеристика. Классификация двумерных замкнутых многообразий. Учебно-методическая литература: 1, 3	2
2. Дифференциальная геометрия	8
Формируемые компетенции, образовательные результаты: ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), В.1 (ПК.1.3), У.1 (ПК.1.2)	
2.1. Линии и поверхности в евклидовом пространстве Векторные функции одного скалярного аргумента и их дифференцирование. Понятие линии и гладкой линии, их параметризация с помощью вектор-функций. Длина линии. Кривизна и кручение линии. Сопровождающий трехгранник Френе. Формулы Френе. Винтовая линия. Понятие о натуральных уравнениях кривой. Векторные функции двух скалярных аргументов и их дифференцирование. Понятие поверхности и гладкой поверхности, их параметризация с помощью векторных функций. Касательная плоскость и нормаль. Учебно-методическая литература: 1, 3	2
2.2. Первая квадратичная форма поверхности Первая квадратичная форма поверхности. Длина линии на поверхности, угол между линиями на поверхности, площадь области на поверхности. Учебно-методическая литература: 1, 3	2
2.3. Предмет внутренней геометрии поверхности Предмет внутренней геометрии поверхности. Теорема Гаусса. Понятие об изгибании поверхности. Геодезические линии. Теорема Гаусса-Бонне. Дефект геодезического треугольника. Учебно-методическая литература: 1, 3	2

2.4. Вторая квадратичная форма поверхности.. Кривизна линии на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Главные кривизны, полная и средняя кривизны поверхности. Поверхности постоянной кривизны Учебно-методическая литература: 1, 3	2
---	---

3.2 Практические

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема и содержание	Трудоемкость (кол-во часов)
1. Топология	6
Формируемые компетенции, образовательные результаты: ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), У.1 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3)	
1.1. Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность. Метрическое пространство. Свойства открытых множеств. Определение топологического пространства. Замкнутые множества. Внутренние, внешние, граничные точки множества. Решение задач. Учебно-методическая литература: 1, 2, 4	2
1.2. База топологии. Непрерывные отображения и их свойства. База топологии. Топология, индуцируемая метрикой. Отделимость, компактность, связность топологических пространств. Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизм. Решение задач. Учебно-методическая литература: 1, 2, 4	2
1.3. Топологическое многообразие. Понятие о топологическом многообразии. Примеры одномерных и двумерных топологических многообразий. Понятие о клеточном разбиении. Ориентируемость и неориентируемость, эйлерова характеристика, классификация двумерных замкнутых многообразий. Решение задач. Учебно-методическая литература: 1, 2, 4	2
2. Дифференциальная геометрия	10
Формируемые компетенции, образовательные результаты: ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), В.1 (ПК.1.3), У.1 (ПК.1.2)	
2.1. Сопровождающий репер Френе в точке линии. Сопровождающий репер Френе в точке линии. Кривизна и кручение кривой. Решение задач. Учебно-методическая литература: 2, 4	2
2.2. Формулы Френе Формулы Френе в точке линии. Винтовая линия. Решение задач. Учебно-методическая литература: 2, 4	2
2.3. Векторные функции двух скалярных аргументов. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Векторные функции двух скалярных аргументов, их частные производные и дифференциалы. Векторное и параметрические уравнения поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Линии на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и связанные с ней задачи. Решение задач. Учебно-методическая литература: 2, 4	2
2.4. Вторая квадратичная форма поверхности.. Определение второй квадратичной формы поверхности, формулы для вычисления ее коэффициентов. Решение задач. Учебно-методическая литература: 2, 4	2
2.5. Нормальная кривизна линий на поверхности. Главные кривизны, полная и средняя кривизны. Нормальная кривизна линий на поверхности. Главные кривизны, полная и средняя кривизны. Решение задач. Учебно-методическая литература: 2, 4	2

3.3 СРС

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема для самостоятельного изучения	Трудоемкость (кол-во часов)
1. Топология	16
Формируемые компетенции, образовательные результаты: ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), У.1 (ПК.1.2), В.1 (ПК.1.3)	
1.1. Метрическое пространство. Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	2
1.2. Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность. Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	4
1.3. База топологии. Непрерывные отображения и их свойства. Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	4
1.4. Топологическое многообразие. Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	4
1.5. Классификация двумерных замкнутых многообразий Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	2
2. Дифференциальная геометрия	24
Формируемые компетенции, образовательные результаты: ПК-1: 3.1 (ПК.1.1), В.1 (ПК.1.3), У.1 (ПК.1.2)	
2.1. Линии и поверхности в евклидовом пространстве Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	2
2.2. Первая квадратичная форма поверхности Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	4
2.3. Предмет внутренней геометрии поверхности Задание для самостоятельного выполнения студентом: Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме. Выполнение домашних заданий. Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада. Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4	2

<p>2.4. Сопровождающий репер Френе в точке линии.</p> <p>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</p> <p>Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме.</p> <p>Выполнение домашних заданий.</p> <p>Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада.</p> <p>Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4</p>	2
<p>2.5. Формулы Френе</p> <p>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</p> <p>Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме.</p> <p>Выполнение домашних заданий.</p> <p>Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада.</p> <p>Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4</p>	4
<p>2.6. Векторные функции двух скалярных аргументов. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</p> <p>Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме.</p> <p>Выполнение домашних заданий.</p> <p>Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада.</p> <p>Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4</p>	2
<p>2.7. Вторая квадратичная форма поверхности..</p> <p>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</p> <p>Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме.</p> <p>Выполнение домашних заданий.</p> <p>Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада.</p> <p>Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4</p>	4
<p>2.8. Нормальная кривизна линий на поверхности. Главные кривизны, полная и средняя кривизны.</p> <p>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</p> <p>Изучить теоретический и практический материал, подготовить конспект по теме.</p> <p>Выполнение домашних заданий.</p> <p>Поиск дополнительной информации по теме модуля, подготовка реферата и доклада.</p> <p>Учебно-методическая литература: 1, 2, 3, 4</p>	4

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Ссылка на источник в ЭБС
Основная литература		
1	Атанасян, Л.С. Геометрия. Часть 2 /Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. - М.:КНОРУС, 2011.- 424 с.	http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=88865
2	Атанасян, С.Л. Сборник задач по геометрии. Часть II. – М.: Эксмо, 2008. – 320 с.	http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=3443
3	Александров, А.Д. Геометрия/ А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаев. - М.:Наука, 1990. - 672 с.	http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=88036
Дополнительная литература		
4	Геометрия (элементы топологии и дифференциальная геометрия): методические рекомендации для студентов III курса математического факультета / сост. В.И. Васильков, В.А. Баранова. – Челябинск: Изд-во ЧГПУ, 2011. – 33 с.	http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=164707

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

5.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС				
Код образовательного результата дисциплины	Текущий контроль			Промежуточная аттестация
	Конспект по теме	Контрольная работа по разделу/теме	Реферат	Зачет/Экзамен
ПК-1				
3.1 (ПК.1.1)	+			+
У.1 (ПК.1.2)			+	+
В.1 (ПК.1.3)		+		+

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

5.2.1. Текущий контроль.

Типовые задания к разделу "Топология":

1. Конспект по теме

Определение метрического пространства. Понятие открытого множества в метрическом пространстве.
 Определение топологического пространства.
 Окрестность точки в ТП; внутренние, внешние, граничные точки множества в ТП.
 Замкнутые множества. Теорема о необходимых и достаточных условиях открытости и замкнутости множеств в ТП.
 Подпространство ТП. Индуцированная топология.
 Связность ТП. Примеры связных и несвязных ТП.
 Определение топологического многообразия. Примеры. Многообразия с краем. Построение двумерных компактных многообразий с помощью операции склеивания.
 Понятие о клеточном разложении двумерного многообразия. Эйлерова характеристика многообразия. Теорема Эйлера для многогранников.
 Теорема о существовании пяти типов правильных многогранников.
 Понятие о классификации компактных двумерных многообразий.
 Количество баллов: 5

2. Контрольная работа по разделу/теме

- Множество X состоит из четырех элементов. Будем считать открытыми все множества, входящие в семейство
 - докажите, что на множестве X определена топологическая структура;
 - укажите все замкнутые множества;
 - выясните все окрестности каждой из точек;
 - выясните, является ли связным, отделимым, компактным топологическим пространством;
 - найдите, внутренность, внешность и границу множества;
 - объясните, как найти множества, определяющие индуцированную топологию на множестве, и найдите их;
 - выясните, является ли пространство связным, отделимым, компактным.
 - Пусть X – плоскость, на которой задана концентрическая топология. Общим центром всех кругов является точка.

Определите, открыто или замкнуто множество;

Найдите внутренность, внешность и границу множества, запишите их аналитически.
 - Дайте топологическую характеристику и вычислите эйлерову характеристику многообразия, полученного в результате склеивания сферы с тремя дырами и одной ручкой с боковой поверхностью усеченного конуса и листом Мебиуса.
 - Докажите, что в евклидовом пространстве E_3 параболический цилиндр гомеоморфен плоскости.
- Количество баллов: 20

3. Реферат

Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия.

Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.

Непрерывные отображения ТП. Признак непрерывности отображения. Теорема о непрерывности композиции непрерывных отображений.

Гомеоморфизмы в ТП.

Количество баллов: 5

Типовые задания к разделу "Дифференциальная геометрия ":

1. Конспект по теме

Определение векторной функции одного и двух скалярных аргументов. Предел векторной функции. Теоремы о пределах.

Непрерывность векторной функции одного скалярного аргумента, ее производная. Теоремы о непрерывности и дифференцируемости.

Параметризация кривой, гладкие кривые, допустимая замена параметра.

Касательная к гладкой кривой, ее уравнение.

Главная нормаль и бинормаль кривой. Репер Френе и его координатные плоскости.

Формулы Френе.

Вычисление кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.

Параметризация поверхности. Гладкие поверхности. Параметрические уравнения плоскости, сферы, псевдосферы.

Линии на поверхности. Внутренние и векторно-параметрические уравнения линии. Координатные линии на поверхности.

Первая квадратичная форма поверхности.

Вторая квадратичная форма поверхности. Вычисление ее коэффициентов.

Кривизна кривой на поверхности. Нормальная кривизна.

Индикатриса Дюпена в точке поверхности. Классификация точек поверхности.

Главные направления поверхности, уравнения для их отыскания.

Главные кривизны в точке поверхности, уравнение для их отыскания. Полная и средние кривизны поверхности.

Количество баллов: 5

2. Контрольная работа по разделу/теме

1. Поверхность задана параметрическими уравнениями. Выясните, является ли эта параметризация гладкой. Если «нет», то найдите точки нарушения гладкости.

2. Докажите, что точка лежит на поверхности, заданной параметрическими уравнениями, найдите уравнения касательной плоскости и нормали поверхности в точке М.

3. 1) Докажите, что линия γ лежит на поверхности Φ , заданной уравнениями; 2) найдите первую квадратичную форму поверхности; 3) найдите длину дуги линии γ между точками.

4. Найдите угол между двумя линиями на поверхности.

5. Найдите вторую квадратичную форму поверхности.

6. Для поверхности найдите главные кривизны, а также полную (гауссову) и среднюю кривизны.

7. Найдите периметр и внутренние углы криволинейного, расположенного на поверхности, у которой первая квадратичная форма имеет вид.

1. Линия задана параметрическими уравнениями. Выясните: а) является ли эта параметризация гладкой, есть ли точки нарушений гладкости; б) лежит ли точка на линии. (Если «да», то составьте уравнение касательной прямой и соприкасающейся плоскости в точке M_0 , если «нет», то возьмите другую точку на линии и выполните задание б)).

2. Найдите кривизну и кручение линии γ , заданной векторным уравнением. Составьте уравнения ребер и граней трехгранника Френе.

3. Докажите, что линия γ , заданная параметрическими уравнениями, является плоской и найдите уравнение плоскости, содержащей линию.

4. Найдите длину дуги линии между точками.

5. Дана линия γ задана уравнениями. Найдите координаты всех ее точек, линии в которых соприкасающаяся плоскость параллельна прямой, уравнение которой.

Количество баллов: 45

3. Реферат

Поверхности постоянной полной кривизны. Псевдосфера – пример поверхности постоянной полной отрицательной кривизны.

Геодезическая кривизна кривой на поверхности как объект внутренней геометрии.

Геодезические линии на поверхности и их свойства.

Геодезический треугольник. Теорема Гаусса – Бонне. Дефект геодезического треугольника.

Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности псевдосферы.

Количество баллов: 5

5.2.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ».

Первый период контроля

1. Дифференцированный зачет

Вопросы к зачету:

1. Определение метрического пространства. Понятие открытого множества в метрическом пространстве. Свойства открытых множеств.
2. Определение топологического пространства. (ТП). Примеры.
3. Окрестность точки в ТП; внутренние, внешние, граничные точки множества в ТП. Примеры для конкретных ТП.
4. Замкнутые множества. Теорема о необходимых и достаточных условиях открытости и замкнутости множеств в ТП.
5. Подпространство ТП. Индуцированная топология.
6. Непрерывные отображения ТП. Признак непрерывности отображения. Теорема о непрерывности композиции непрерывных отображений. Примеры.
7. Гомеоморфизмы в ТП. Примеры.
8. Свойства гомеоморфизмов. Понятие о топологических свойствах. Предмет топологии.
9. Отделимость и компактность ТП. Примеры. Теорема о компактности множества в евклидовом пространстве.
10. Связность ТП. Примеры связных и несвязных ТП.
11. Определение топологического многообразия (одномерного, двумерного, n -мерного). Примеры. Многообразия с краем. Построение двумерных компактных многообразий с помощью операции склеивания.
12. Понятие о клеточном разложении двумерного многообразия. Эйлерова характеристика многообразия. Теорема Эйлера для многогранников.
13. Теорема о существовании пяти типов правильных многогранников.
14. Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия.
15. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.
16. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий.
17. Определение векторной функции одного и двух скалярных аргументов. Предел векторной функции. Теоремы о пределах.
18. Непрерывность векторной функции одного скалярного аргумента, ее производная. Теоремы о непрерывности и дифференцируемости.
19. Понятие кривой. Примеры.
20. Параметризация кривой, гладкие кривые, допустимая замена параметра.
21. Касательная к гладкой кривой, ее уравнение.
22. Длина дуги гладкой кривой. Естественная параметризация кривой.
23. Кривизна кривой. Теорема о геометрическом смысле обращения в нуль кривизны.
24. Кручение кривой. Теорема о геометрическом смысле обращения в нуль кручения.
25. Главная нормаль и бинормаль кривой. Репер Френе и его координатные плоскости.
26. Формулы Френе.
27. Вычисление кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.
28. Понятие простейшей поверхности, элементарной поверхности, поверхности, простой поверхности. Примеры.
29. Параметризация поверхности. Гладкие поверхности. Параметрические уравнения плоскости, сферы, псевдосферы.
30. Касательная плоскость гладкой поверхности, ее уравнение. Нормаль к поверхности и ее уравнение.
31. Линии на поверхности. Внутренние и векторно-параметрические уравнения линии. Координатные линии на поверхности.
32. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности.
33. Угол между кривыми на поверхности. Площадь на поверхности.
34. Вторая квадратичная форма поверхности. Вычисление ее коэффициентов.
35. Кривизна кривой на поверхности. Нормальная кривизна.
36. Индикатриса Дюпена в точке поверхности. Классификация точек поверхности.
37. Главные направления поверхности, уравнения для их отыскания.
38. Главные кривизны в точке поверхности, уравнение для их отыскания. Полная и средние кривизны поверхности.
39. Формула Эйлера. Экстремальное свойство главных кривизн.

40. Поверхности постоянной полной кривизны. Псевдосфера – пример поверхности постоянной полной отрицательной кривизны.
41. Понятие о внутренней геометрии поверхности, об изгибании поверхности. Формулировка теоремы Гаусса.
42. Геодезическая кривизна кривой на поверхности как объект внутренней геометрии.
43. Геодезические линии на поверхности и их свойства.
44. Геодезический треугольник. Теорема Гаусса – Бонне. Дефект геодезического треугольника.
45. Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности псевдосферы.

Типовые практические задания:

1. Множество X состоит из трех элементов. Будем считать открытыми пустое множество, все множество X и подмножество. 1) докажите, что на множестве X определена топологическая структура; 2) выясните, будет ли полученное пространство связным.
2. Вычислить длину дуги винтовой линии.
3. Дана линия γ параметрическими уравнениями. Найдите точки, в которых не нарушается гладкость линии. Выясните, есть ли среди них точки распрямления или уплощения.
4. Вычислить первую квадратичную форму поверхности и найти угол между координатными линиями.

5.3. Примерные критерии оценивания ответа студентов на экзамене (зачете):

Отметка	Критерии оценивания
"Отлично"	<ul style="list-style-type: none"> - дается комплексная оценка предложенной ситуации - демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять - последовательное, правильное выполнение всех заданий - умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы
"Хорошо"	<ul style="list-style-type: none"> - дается комплексная оценка предложенной ситуации - демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять - последовательное, правильное выполнение всех заданий - возможны единичные ошибки, исправляемые самим студентом после замечания преподавателя - умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы
"Удовлетворительно" ("зачтено")	<ul style="list-style-type: none"> - затруднения с комплексной оценкой предложенной ситуации - неполное теоретическое обоснование, требующее наводящих вопросов преподавателя - выполнение заданий при подсказке преподавателя - затруднения в формулировке выводов
"Неудовлетворительно" ("не зачтено")	<ul style="list-style-type: none"> - неправильная оценка предложенной ситуации - отсутствие теоретического обоснования выполнения заданий

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Лекции

Лекция - одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой устное, монологическое, систематическое, последовательное изложение преподавателем учебного материала с демонстрацией слайдов и фильмов. Работа обучающихся на лекции включает в себя: составление или слежение за планом чтения лекции, написание конспекта лекции, дополнение конспекта рекомендованной литературой.

Требования к конспекту лекций: краткость, схематичность, последовательная фиксация основных положений, выводов, формулировок, обобщений. В конспекте нужно помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Последующая работа над материалом лекции предусматривает проверку терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. В конспекте нужно обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

2. Практические

Практические (семинарские занятия) представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы.

Основной формой проведения практических занятий и семинаров является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также решение задач и разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях.

При подготовке к практическому занятию необходимо, ознакомиться с его планом; изучить соответствующие конспекты лекций, главы учебников и методических пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (справочниками, энциклопедиями, словарями). К наиболее важным и сложным вопросам темы рекомендуется составлять конспекты ответов. Следует готовить все вопросы соответствующего занятия: необходимо уметь давать определения основным понятиям, знать основные положения теории, правила и формулы, предложенные для запоминания к каждой теме.

В ходе практического занятия надо давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов, доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

3. Дифференцированный зачет

Цель дифференцированного зачета – проверка и оценка уровня полученных студентом специальных знаний по учебной дисциплине и соответствующих им умений и навыков, а также умения логически мыслить, аргументировать избранную научную позицию, реагировать на дополнительные вопросы, ориентироваться в массиве информации.

Подготовка к зачету начинается с первого занятия по дисциплине, на котором обучающиеся получают предварительный перечень вопросов к зачёту и список рекомендуемой литературы, их ставят в известность относительно критериев выставления зачёта и специфике текущей и итоговой аттестации. С самого начала желательно планомерно осваивать материал, руководствуясь перечнем вопросов к зачету и списком рекомендуемой литературы, а также путём самостоятельного конспектирования материалов занятий и результатов самостоятельного изучения учебных вопросов.

Результат дифференцированного зачета выражается оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».

4. Конспект по теме

Конспект – это систематизированное, логичное изложение материала источника.

Различаются четыре типа конспектов.

План-конспект – это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

Текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

Свободный конспект – это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

Тематический конспект – составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то теме (вопросу).

В процессе изучения материала источника, составления конспекта нужно обязательно применять различные выделения, подзаголовки, создавая блочную структуру конспекта. Это делает конспект легко воспринимаемым, удобным для работы.

Этапы выполнения конспекта:

1. определить цель составления конспекта;
2. записать название текста или его части;
3. записать выходные данные текста (автор, место и год издания);
4. выделить при первичном чтении основные смысловые части текста;
5. выделить основные положения текста;
6. выделить понятия, термины, которые требуют разъяснений;
7. последовательно и кратко изложить своими словами существенные положения изучаемого материала;
8. включить в запись выводы по основным положениям, конкретным фактам и примерам (без подробного описания);
9. использовать приемы наглядного отражения содержания (абзацы «ступеньками», различные способы подчеркивания, шрифт разного начертания, ручки разного цвета);
10. соблюдать правила цитирования (цитата должна быть заключена в кавычки, дана ссылка на ее источник, указана страница).

5. Контрольная работа по разделу/теме

Контрольная работа выполняется с целью проверки знаний и умений, полученных студентом в ходе лекционных и практических занятий и самостоятельного изучения дисциплины. Написание контрольной работы призвано установить степень усвоения студентами учебного материала раздела/темы и формирования соответствующих компетенций.

Подготовку к контрольной работе следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данному разделу/теме и конспектов лекций.

Контрольная работа выполняется студентом в срок, установленный преподавателем в письменном (печатном или рукописном) виде.

При оформлении контрольной работы следует придерживаться рекомендаций, представленных в документе «Регламент оформления письменных работ».

6. Реферат

Реферат – теоретическое исследование определенной проблемы, включающее обзор соответствующих литературных и других источников.

Реферат обычно включает следующие части:

1. библиографическое описание первичного документа;
2. собственно реферативная часть (текст реферата);
3. справочный аппарат, т.е. дополнительные сведения и примечания (сведения, дополнительно характеризующие первичный документ: число иллюстраций и таблиц, имеющихся в документе, количество источников в списке использованной литературы).

Этапы написания реферата

1. выбрать тему, если она не определена преподавателем;
2. определить источники, с которыми придется работать;
3. изучить, систематизировать и обработать выбранный материал из источников;
4. составить план;
5. написать реферат:
 - обосновать актуальность выбранной темы;
 - указать исходные данные реферируемого текста (название, где опубликован, в каком году), сведения об авторе (Ф. И. О., специальность, ученая степень, ученое звание);
 - сформулировать проблематику выбранной темы;
 - привести основные тезисы реферируемого текста и их аргументацию;
 - сделать общий вывод по проблеме, заявленной в реферате.

При оформлении реферата следует придерживаться рекомендаций, представленных в документе «Регламент оформления письменных работ».

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

1. Проектные технологии
2. Дифференцированное обучение (технология уровневой дифференциации)

8. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ

1. компьютерный класс – аудитория для самостоятельной работы
2. учебная аудитория для лекционных занятий
3. учебная аудитория для семинарских, практических занятий
4. Лицензионное программное обеспечение:
 - Операционная система Windows 10
 - Microsoft Office Professional Plus
 - Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition
 - Справочная правовая система Консультант плюс
 - 7-zip
 - Adobe Acrobat Reader DC